

### Aufgabe 1:

Die Firma *Gut und teuer* kurz Gut produziert elektronische Bauteile. Vor dem Verkauf an die Kunden werden diese sorgfältig geprüft. Von den fehlerfreien werden 95% und von den fehlerhaften 1% an die Kunden verkauft. Aufgrund von Erfahrungswerten ist bekannt, dass insgesamt 90% aller produzierten Bauteile fehlerfrei sind.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil das verkauft werden soll tatsächlich fehlerfrei ist?

### Aufgabe 2:

Die Firma *Schlecht und billig* kurz Sub produziert auch elektronische Bauteile. Vor dem Verkauf an die Kunden werden diese aber nur schlecht geprüft. Von den fehlerfreien werden 90% und von den fehlerhaften 20% an die Kunden verkauft. Aufgrund von Erfahrungswerten ist bekannt, dass insgesamt 50% aller produzierten Bauteile fehlerfrei sind.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil das verkauft werden soll tatsächlich fehlerfrei ist?

### Aufgabe 3:

Aufgrund der vielen Beschwerden seitens der Kundschaft will die Firma Sub die Qualität der verkauften Produkte verbessern.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil das verkauft werden soll tatsächlich fehlerfrei ist, wenn eine neue Maschine gekauft wird die 80 % Bauteile fehlerfrei produziert? Alle anderen Werte ändern sich nicht.
- b) Anstelle einer neuen Maschine kann ein verbesserter Test verwendet werden. Von den fehlerfreien werden nun 98% und von den fehlerhaften 2% an die Kunden verkauft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil das verkauft werden soll tatsächlich fehlerfrei ist, wenn ein verbesserter Test verwendet wird? Alle anderen Werte ändern sich nicht.
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Bauteil das verkauft werden soll tatsächlich fehlerfrei ist, wenn die neue Maschine aus a) und der Test aus b) verwendet werden?

Lösung 1:

Insgesamt sind 90 % der Bauteile einwandfrei also 10 % sind defekt. Von den einwandfreien werden 95 % zum Verkauf freigegeben d.h. 5 % der einwandfreien werden vorher aussortiert. Und von den defekten werden 1% verkauft, d.h. 98 % werden aussortiert.

Im weiteren steht F für fehlerhaft bzw.  $F^c$  für fehlerfrei. Und A für aussortiert und  $A^c$  für nicht aussortiert was gerade bedeutet für den Verkauf freigegeben.

$$\begin{aligned}P(F) &= 0.1 & P(F^c) &= 0.9 \\P(A|F) &= 0.95 & P(A^c|F) &= 0.05 \\P(A|F^c) &= 0.01 & P(A^c|F^c) &= 0.99\end{aligned}$$

Gesucht wird  $P(F^c|A^c)$  also mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zum Verkauf freigegebenes Bauteil wirklich fehlerfrei?

$$\begin{aligned}P(F^c|A^c) &= \frac{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c)}{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c) + P(A^c|F) \cdot P(F)} \\&= \frac{0.95 \cdot 0.9}{0.95 \cdot 0.9 + 0.01 \cdot 0.1} \\&= \frac{0.855}{0.855 + 0.001} \\&= \frac{0.855}{0.856} \\&= 0.99883178 \\&\approx 99.88\%\end{aligned}$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\approx 99.88$  % ist das Bauteil der Firma Gut einwandfrei.

Lösung 2:

Insgesamt sind 50 % der Bauteile einwandfrei also 50 % sind defekt. Von den einwandfreien werden 90 % zum Verkauf freigegeben d.h. 10 % der einwandfreien werden vorher aussortiert. Und von den defekten werden 20% verkauft, d.h. 80 % werden aussortiert.

Im weiteren steht F für fehlerhaft bzw.  $F^c$  für fehlerfrei. Und A für aussortiert und  $A^c$  für nicht aussortiert was gerade bedeutet für den Verkauf freigegeben.

$$\begin{aligned}P(F) &= 0.5 & P(F^c) &= 0.5 \\P(A|F) &= 0.8 & P(A^c|F) &= 0.2 \\P(A|F^c) &= 0.1 & P(A^c|F^c) &= 0.9\end{aligned}$$

Gesucht wird  $P(F^c|A^c)$  also mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zum Verkauf freigegebenes Bauteil wirklich fehlerfrei?

$$\begin{aligned}P(F^c|A^c) &= \frac{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c)}{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c) + P(A^c|F) \cdot P(F)} \\&= \frac{0.9 \cdot 0.5}{0.9 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.5} \\&= \frac{0.45}{0.45 + 0.1} \\&= \frac{0.45}{0.55} \\&= 0.818181 \\&\approx 81,82\%\end{aligned}$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\approx 81,82$  % ist das Bauteil der Firma Sub einwandfrei.

Lösung 3 a):

Insgesamt sind 80 % der Bauteile einwandfrei also 20 % sind defekt. Von den einwandfreien werden 90 % zum Verkauf freigegeben d.h. 10 % der einwandfreien werden vorher aussortiert. Und von den defekten werden 20% verkauft, d.h. 80 % werden aussortiert.

Im weiteren steht F für fehlerhaft bzw.  $F^c$  für fehlerfrei. Und A für aussortiert und  $A^c$  für nicht aussortiert was gerade bedeutet für den Verkauf freigegeben.

$$\begin{aligned}P(F) &= 0.8 & P(F^c) &= 0.2 \\P(A|F) &= 0.8 & P(A^c|F) &= 0.2 \\P(A|F^c) &= 0.1 & P(A^c|F^c) &= 0.9\end{aligned}$$

Gesucht wird  $P(F^c|A^c)$  also mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zum Verkauf freigegebenes Bauteil wirklich fehlerfrei?

$$\begin{aligned}P(F^c|A^c) &= \frac{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c)}{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c) + P(A^c|F) \cdot P(F)} \\&= \frac{0.9 \cdot 0.8}{0.9 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.2} \\&= \frac{0.72}{0.72 + 0.04} \\&= \frac{0.72}{0.76} \\&= 0.94736842 \\&\approx 94,74\%\end{aligned}$$

Wenn die neue Maschine verwendet wird, ist das Bauteil der Firma Sub mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\approx 94,74$  % einwandfrei.

Lösung 3 b):

Insgesamt sind 50 % der Bauteile einwandfrei also 50 % sind defekt. Von den einwandfreien werden 98 % zum Verkauf freigegeben d.h. 2 % der einwandfreien werden vorher aussortiert. Und von den defekten werden 2% verkauft, d.h. 98 % werden aussortiert.

Im weiteren steht F für fehlerhaft bzw.  $F^c$  für fehlerfrei. Und A für aussortiert und  $A^c$  für nicht aussortiert was gerade bedeutet für den Verkauf freigegeben.

$$\begin{aligned}P(F) &= 0.5 & P(F^c) &= 0.5 \\P(A|F) &= 0.98 & P(A^c|F) &= 0.02 \\P(A|F^c) &= 0.02 & P(A^c|F^c) &= 0.98\end{aligned}$$

Gesucht wird  $P(F^c|A^c)$  also mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zum Verkauf freigegebenes Bauteil wirklich fehlerfrei?

$$\begin{aligned}P(F^c|A^c) &= \frac{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c)}{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c) + P(A^c|F) \cdot P(F)} \\&= \frac{0.98 \cdot 0.5}{0.98 \cdot 0.5 + 0.02 \cdot 0.5} \\&= \frac{0.49}{0.49 + 0.01} \\&= \frac{0.49}{0.5} \\&= 0.98 \\&= 98\%\end{aligned}$$

Wird der neue Test verwendet ist das Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % einwandfrei.

Lösung 3 c):

Insgesamt sind 80 % der Bauteile einwandfrei also 20 % sind defekt. Von den einwandfreien werden 98 % zum Verkauf freigegeben d.h. 2 % der einwandfreien werden vorher aussortiert. Und von den defekten werden 2% verkauft, d.h. 98 % werden aussortiert.

Im weiteren steht F für fehlerhaft bzw.  $F^c$  für fehlerfrei. Und A für aussortiert und  $A^c$  für nicht aussortiert was gerade bedeutet für den Verkauf freigegeben.

$$\begin{aligned}P(F) &= 0.5 & P(F^c) &= 0.5 \\P(A|F) &= 0.98 & P(A^c|F) &= 0.02 \\P(A|F^c) &= 0.02 & P(A^c|F^c) &= 0.98\end{aligned}$$

Gesucht wird  $P(F^c|A^c)$  also mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zum Verkauf freigegebenes Bauteil wirklich fehlerfrei?

$$\begin{aligned}P(F^c|A^c) &= \frac{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c)}{P(A^c|F^c) \cdot P(F^c) + P(A^c|F) \cdot P(F)} \\&= \frac{0.98 \cdot 0.8}{0.98 \cdot 0.8 + 0.02 \cdot 0.2} \\&= \frac{0.784}{0.784 + 0.004} \\&= \frac{0.784}{0.788} \\&= 0.90402386 \\&\approx 99,49\%\end{aligned}$$

Wird die neue Maschine und der verbesserte Test verwendet ist das Bauteil mit einer Wahrscheinlichkeit von  $\approx 99,49$  % einwandfrei.

---

Quelle: Stochastik

Mit freundlicher Unterstützung von: <http://www.moebel-zeit.com/>